

3차시

인공지능 & 머신 러닝 개론 3

20 . . .

지은이: 이은재

1. 머신러닝 입문에 필요한 수학 (2)

1. 행렬

- **행렬 (matrix):** 수 또는 다항식을 직사각형 모양으로 배열한 것

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{bmatrix}$$

- **wide / tall 행렬:** 가로로 긴 행렬과 세로로 긴 행렬

$$W_{2 \times 4} = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & w_{1,3} & w_{1,4} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & w_{2,3} & w_{2,4} \end{bmatrix}$$

$$T_{4 \times 2} = \begin{bmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} \\ t_{2,1} & t_{2,2} \\ t_{3,1} & t_{3,2} \\ t_{4,1} & t_{4,2} \end{bmatrix}$$

- **정방행렬 (square matrix):** 같은 수의 행과 열을 가진 정사각형 모양의 행렬

2. 영행렬과 일행렬

- **영행렬 (zero matrix):** 행과 열의 모든 요소가 0인 행렬

$$O_{(2 \times 2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad O_{(2 \times 3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad O_{(1 \times 4)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

- **일행렬 (matrix of ones):** 행과 열의 모든 요소가 1인 행렬

$$ONE_{(2 \times 2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad ONE_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 단위행렬

- **단위행렬(unit matrix / identity matrix) :**
주대각선(i=j)의 요소가 모두 1이고 나머지 요소가 모두 0인 정방행렬

$$I_{n \times n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

4. 삼각행렬

- **상삼각행렬:** 주대각선을 기준으로 위쪽 요소들은 다른 값을 가지고,
아래쪽 요소들은 모두 0인 정방행렬

$$U = \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} & u_{1,4} \\ 0 & u_{2,2} & u_{2,3} & u_{2,4} \\ 0 & 0 & u_{3,3} & u_{3,4} \\ 0 & 0 & 0 & u_{4,4} \end{bmatrix}$$

- **하삼각행렬**: 주대각선을 기준으로 아래쪽 요소들은 다른 값을 가지고, 위쪽 요소들은 모두 0인 정방행렬

$$L = \begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & 0 & 0 \\ l_{3,1} & l_{3,2} & l_{3,3} & 0 \\ l_{4,1} & l_{4,2} & l_{4,3} & l_{4,4} \end{bmatrix}$$

5. 대각행렬

- **대각행렬**: 주대각선의 요소를 제외한 모든 요소가 0인 정방행렬
대각행렬은 상삼각행렬이면서 하삼각행렬이다.

$$diag = \begin{bmatrix} d_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{2,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{4,4} \end{bmatrix}$$

6. 평균

- **평균(mean)**

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

7. 표준편차와 표준점수

- **편차**: 어떤 값이 평균으로부터 떨어진 정도 (값 - 평균)
- **분산**: 어떤 값들이 평균적으로 흩어져있는 정도

$$\frac{1}{n} \sum 편차^2 = \frac{1}{n} \sum (값 - 평균)^2$$

- **표준편차:** 분산의 제곱근 (편차의 합을 구하느라 제공한 값의 단위를 맞춰준다.)

$$\sqrt{\text{분산}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum \text{편차}^2}$$

- **표준점수 (Z점수/T점수):** 어떤 값이 평균으로부터 몇 표준편차만큼 떨어져있는지를 표현한 점수

Z-점수: 모집단의 표준편차를 알고 있을 때, **개별 관측값**이 모집단 평균에서 얼마나 떨어져 있는지를 **모집단 표준편차** 단위로 표준화한 값.

T-점수: 모집단의 표준편차를 알지 못할 때, **표본으로 모집단을 추정**해 개별 관측값이 표본 평균에서 얼마나 떨어져 있는지를 **표본 표준오차** 단위로 표준화한 값.

$$Z\text{표준점수}(\text{관측값}x) = \frac{x - \text{평균}}{\text{표준편차}}$$

$$t\text{표준점수}(x) = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{\text{표본평균} - \text{모집단평균}}{\text{표본표준편차}/\text{표본크기의제곱근}}$$

Q. 그게 나랑 무슨 상관인데?

시험 평균 = 70점

표준편차 = 10점

내 점수 = 85점

z-표준점수 = (85-70) / 10 = 1.5

내 점수는 평균보다 **1.5 표준편차**만큼 높다.

-> 서로 다른 시험이어도 상대적 위치를 알 수 있고,

같은 시험내에도 내가 어느정도의 의미를 가진 성적을 낸 것인지 상대적 비교가 가능해진다.